PRIMERA PRÁCTICA CALIFICADA

BLOQUE A: PREGUNTAS TEÓRICAS (5,0 PUNTOS)

1. Analice la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones, justificando sus afirmaciones:

A) Si $K = a^2 \left[\!\left[\frac{a}{2} \right]\!\right] - 4a \left[\!\left[\frac{a}{3} \right]\!\right]$ y $\sqrt{a(6-a)} \in \mathbb{R}$ entonces $K \in [0, 60]$ **(1,0 Punto)**

B) El rango de $f(x) = \dfrac{\sqrt{x} + \left[\!\left[\sqrt{x} \right]\!\right]}{x-2}$ $\forall x \in \langle 2, 4 \rangle$ es el intervalo $\left\langle \sqrt{3}+1, +\infty \right\rangle$ **(1,0 Punto)**

C) El conjunto solución de la ecuación $x\left| |x|^2 - 4 \right| > \left| |x| - 2 \right|$ es el intervalo $\left\langle \sqrt{2}-1, +\infty \right\rangle - \{2\}$

D) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$ donde *A* y *B* están contenidos en el dominio de *f*.

E) Si $y = b^2 \left\| \frac{b}{2} \right\| - 4b \left\| \frac{b}{3} \right\|$ y $\sqrt{b(6-b)} \in \Re$ entonces $0 \le y \le 60$ **(1,0 Punto)**

BLOQUE B: PREGUNTAS OPERATIVAS (12,0 PUNTOS)

2. Sean las funciones:

$$f(x)=\left\{(0,1);(1,0);(2,2);(-1,6);(7,-8);\left(3,\frac{1}{2}\right)\right\};\quad g(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{1-x} & x\in\langle 4,+\infty\rangle \\ \sqrt{1-|x|} & x\in\langle -1,1]\end{cases}$$

Halle, si existen: **(5,0 Puntos)**

CÓDIGOS NUMÉRICOS QUE TERMINEN EN DÍGITO PAR: **A)** fog **B)** $\frac{f}{g}$

CÓDIGOS NUMÉRICOS QUE TERMINEN EN DÍGITO IMPAR: **A)** gof **B)** $\frac{g}{f}$

3. Dadas las funciones $f(x)=\dfrac{1}{|x|-[\![x]\!]}$ y $g(x)=\dfrac{[\![x]\!]}{|x|-\operatorname{sgn}[\![x^3-x]\!]}$ **(4,0 Puntos)**

A) Halle sus dominios

B) Halle, si existe, $\dfrac{fog}{gof}$

4. Dados los conjuntos mostrados, halle el producto cartesiano AXB **(3,0 Puntos)**

$$A=\left\{ x\in\mathbb{R} \;/\; \frac{|x|+3[\![\sqrt{x}]\!]-2}{x\;\;-2}<2, \quad \text{si } \frac{1}{x}>0 \right\}$$

$$B=\left\{ x\in\mathbb{R} \;/\; \frac{2x\sqrt{x-3}-4\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-3}\,(x-4)}>\frac{\sqrt{x-\;\;x}}{(\;\;x\;\;+1)^2} \right\}$$

BLOQUE C: PREGUNTAS APLICATIVAS (3,0 PUNTOS)

5. En una cierta ciudad en la que P personas eran susceptibles a un virus determinado, dicho virus se propagó de manera que t semanas después de su aparición $f(t)$ personas, se habían contagiado si el 10% de las personas susceptibles contrajeron inicialmente el virus y el 25% de ellas se habían infectado después de tres semanas. ¿Cuándo se espera que el 30% de la ciudad haya contraído la enfermedad? ¿Qué porcentaje se había infectado después de 10 semanas? **(1,0 Punto)**

$$f(t)=\frac{P}{1+Ae^{-Bt}}$$

6. Un rectángulo con ejes paralelos a los ejes coordenados se inscribe en la figura limitada por $3y = 12 - x^2$ y $6y = x^2 - 12$. Hallar el dominio y rango de $f(x) = x^3 + x^2 + A$ donde A es el área del rectángulo. **(2,0 Puntos)**

SOLUCIONARIO